45. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.
46. Дайте определение устойчивости разностной схемы.
47. Дайте определение сходимости разностной схемы.
48. Что означает, что разностная задача имеет к-ый порядок точности?
49. Дайте определение корректной постановки разностной схемы.
50. Как связаны между собой точность аппроксимации, устойчивость и сходимость разностной схемы?

Здесь мы обсудим всякие занудные моменты с разностными схемами к экзамену.

## 45. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.

Интуитивно мы понимаем, что это такое. Вот что пишет Боголюбов:

$$\begin{cases} \hat{L}_h y_h(x) = \phi_h(x), \quad x \in \omega_h; & (504.1) \\ \hat{l}_h y_h(x) = \chi_h(x), \quad x \in \gamma_h. & (504.2) \end{cases} \qquad (504)$$

Семейство уравнений (504), зависящих от параметра $h$, называется **разностной схемой.**

Где $\omega_h$ – внутренняя сетка, а $\gamma_h$ – сетка на границе.

Можно сказать, что аппроксимация разностной задачей (или просто разностная задача, разностная схема) называется ***система уравнений*** на значения сеточной функции ***внутри*** и ***на границе***.

## 46. Дайте определение устойчивости разностной схемы.

Если мы ГУ изменим на чуть-чуть, то и решение (по норме – для этого мы её и вводили в вопросе 62) изменится на чуть-чуть ☺

## 48. Что означает, что разностная задача имеет к-ый порядок точности?

Будем говорить, что $L_h$ аппроксимирует $L$ с порядком $m > 0$ в точке $x$, если

$$\psi(x) = \hat{L}_h u(x) - \hat{L} u(x) = \mathcal{O}(|h|^m). \qquad (503)$$

## 49. Дайте определение корректной постановки разностной схемы.

Схема (504) *корректна* (разностная задача поставлена корректно), если при всех достаточно малых $|h| \leqslant h_0$:

**1)** разностная задача однозначно разрешима при любых входных данных $\phi_h$, $\chi_h$;

**2)** решение $y_h$ равномерно по $h$ непрерывно зависит от входных данных (свойство устойчивости).

## 47. Дайте определение сходимости разностной схемы.

При уменьшении шага сетки h сеточное решение стремится к нормальному. Правда, по-простому это не так просто написать, т.к. сеточная функция определена лишь в узлах. Поэтому точнее будет сказать, что стремится к нулю норма невязки: $\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(u_{i_\text{истинн}} - u_{i_\text{сеточн}}\right)^2}$

## 50. Как связаны между собой точность аппроксимации, устойчивость и сходимость разностной схемы?

Это означает, что если схема устойчива, а операторы в ней аппроксимируют производные, то она сходится ☺